

## Konstruktion eines Dreiecks aus den Höhen

**Aufgabe:** Ein Dreieck ABC ist zu konstruieren aus den Längen der drei Höhen, also aus  $h_a$ ,  $h_b$  und  $h_c$ .

**Vorüberlegungen:** Der Flächeninhalt eines Dreiecks lässt sich mit der Formel  $A = \frac{1}{2}gh$  berechnen, wobei  $g$  für die gewählte Grundseite steht und  $h$  für die zugehörige Höhe. Auflösen dieser Formel nach  $g$  ergibt

$$g = 2A \cdot \frac{1}{h}.$$

Zwei Seitenlängen eines Dreiecks verhalten sich demnach zueinander wie die Kehrwerte der entsprechenden Höhen. Ein Dreieck, dessen Seitenlängen (direkt) proportional zu  $\frac{1}{h_a}$ ,  $\frac{1}{h_b}$  und  $\frac{1}{h_c}$  sind, ist also dem gesuchten Dreieck ähnlich.

Die im Folgenden genannten Seitenlängen  $a'$ ,  $b'$  und  $c'$  erfüllen diese Bedingung:

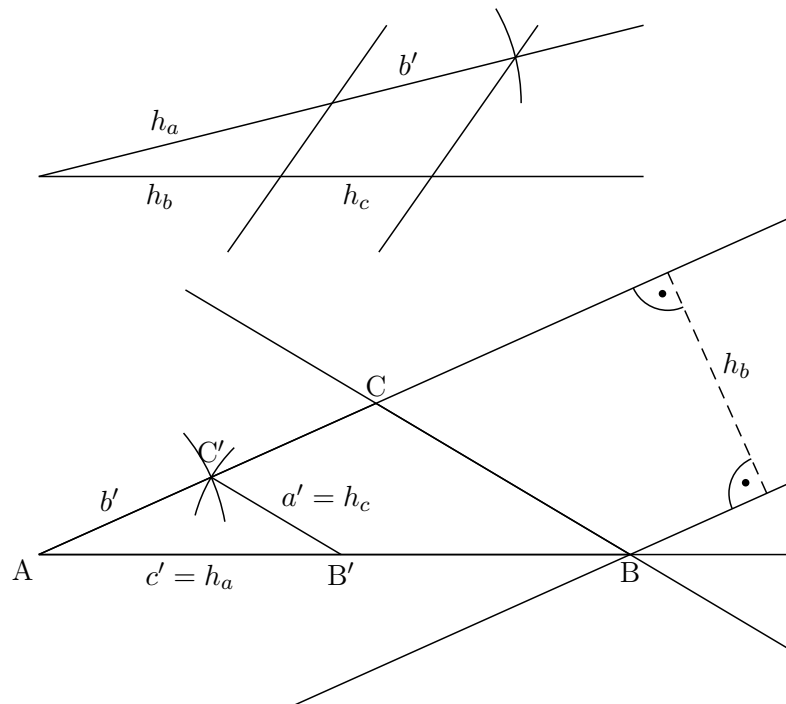
$$a' = \frac{h_a h_c}{h_a} = h_c; \quad b' = \frac{h_a h_c}{h_b}; \quad c' = \frac{h_a h_c}{h_c} = h_a$$

Hat man aus diesen Seitenlängen ein Hilfsdreieck konstruiert, so erhält man durch eine geeignete zentrische Streckung das endgültige Dreieck ABC.

### Konstruktionsplan:

- a) Konstruktion von  $b' = \frac{h_a h_c}{h_b}$  mit Hilfe des Strahlensatzes
- b) Konstruktion des zum gesuchten Dreieck ähnlichen Hilfsdreiecks  $AB'C'$  aus  $a' = \overline{B'C'} = h_c$ ,  
 $b' = \overline{AC'} = \frac{h_a h_c}{h_b}$  und  $c' = \overline{AB'} = h_a$
- c) B liegt
  1. auf der Geraden  $AB'$ ,
  2. auf der Parallelen zu  $AC'$  im Abstand  $h_b$  (auf der Seite von  $B'$ )
- d) C liegt
  1. auf der Geraden  $AC'$ ,
  2. auf der Parallelen zu  $B'C'$  durch B.

Beispiel:  $h_a = 4,0$  cm;  $h_b = 3,2$  cm;  $h_c = 2,0$  cm



Walter Fendt, 20. April 2006